



MISKOLCI EGYETEM

**MŰSZAKI FÖLD- ÉS
KÖRNYEZETTUDOMÁNYI
KAR**

STATIKA

Építőmérnök BSc alapszak

2026/27 I. félév

TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ

**Miskolci Egyetem
Műszaki Föld- és Környezettudományi Kar
Víz- és Környezetgazdálkodás Intézet**

Tartalomjegyzék

1.	Tantárgyleírás, tárgyjegyző, óraszám, kreditérték	3
2.	Tantárgytematika	5
3.	Mintazárthelyi	7
4.	Vizsgatételsor.....	11

1. TANTÁRGYLEÍRÁS, TÁRGYJEGYZŐ, ÓRASZÁM, KREDITÉRTÉK

Tantárgy neve: Statika Tárgyjegyző: Dr. Bogdándy Béla	Tantárgy kódja: MFKHT6141 Tárgyfelelős tanszék/intézet: Mérnökgeológiai és Építőmérnöki Intézeti Tanszék/Víz- és Környezetgazdálkodás Intézet Tantárgyelem: K
Javasolt félév: 1	Előfeltételek: nincs
Óraszám/hét (ea+gyak): 2ea+2gy	Számonkérés módja (a/gy/v): vizsga
Kreditpont: 4	Tagozat: nappali
Tantárgy feladata és célja: A tantárgy feladata, hogy megismertesse a hallgatókat a statika alapfogalmaival és alapfeladataival, a merev testek statikájával. Célja az eredők, a reakcióerők és az igénybevételek számításához szükséges módszerek elsajátítása, melyek révén a hallgatók képessé válnak statikailag határozott síkbeli szerkezetek vizsgálatára és igénybevételi ábrák készítésére.	
Tantárgy tematikus leírása: Erőrendszer vizsgálata, az eredő meghatározása. Erőrendszer egyensúlyozása. Tartók és kényszerek fogalma. Statikai határozottság, határozatlanság, túlhatározottság. Egy merevtestből álló síkbeli tartók kényszererői. Több merev testből álló síkbeli tartók külső és belső kényszererői. Igénybevételek fogalma és meghatározása. Igénybevételi ábrák elkészítésének lépései. Igénybevételek közötti differenciális összefüggések, igénybevételi szélsőértékek meghatározása. Szuperponálás. Síkbeli rácsostartók vizsgálata, rúderők meghatározása csomóponti és átmetsző módszerekkel. Párhuzamos övű rácsos tartók rúderőinek meghatározása a tömör tartók igénybevételei alapján. Rudakon is terhelt rácsos tartók.	
Kötelező és javasolt irodalom jegyzéke: <i>kötelező irodalom</i> 1. Szerényi A.: Statika, Szega Books Kft., Pécs, 2018. 2. Bárczi I.: Mechanika I. Statika, statikai szempontból határozott tartók, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995. 3. Németh F.: Mechanika I. Statika, Panem-McGraw Hill, Budapest, 1996. <i>ajánlott irodalom</i> 4. Gáspár Zs., Tarnai T.: Statika, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2005. 5. Chólnoky T.: Mechanika I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1969.	
Félévközi számonkérés módja: A tantárgy eredményes teljesítésének alapja az óralátogatási követelmények teljesítése, a házi feladatok elkészítése, a félévközi zárthelyi dolgozatok eredményes megírása, valamint a félév végi sikeres kollokvium (részletesen lásd az alábbiakban).	
Az aláírás megszerzésének feltételei: A félév során aláírást azok a hallgatók kaphatnak, akik az alábbi feltételeket maradéktalanul teljesítik. 1. <i>Óralátogatás</i> A tantárgy előadásain és a gyakorlati foglalkozásokon történő részvétel kötelező. Aláírást azok a hallgatók kaphatnak, akik az előadások és a gyakorlatok legalább 70–70%-án részt vesznek (az előzőekben meghatározott mértéken felüli hiányzást kizárólag a tárgyelőadó igazolhat). 2. <i>Házi feladatok</i> A gyakorlatokhoz házi feladatok kapcsolódnak, amelyeket a hallgatóknak önállóan kell elkészíteniük. Aláírást azok a hallgatók kaphatnak, akik a félév során kiadott házi feladatok legalább 70%-át eredményesen teljesítik. A házi feladatok ellenőrzésére a konzultációs időpontokban lesz lehetőség, a végső leadásra a szorgalmi időszak utolsó konzultációs időpontjában kerül sor. 3. <i>Zárthelyi dolgozatok</i> A szorgalmi időszakban a gyakorlatok anyagából a hallgatóknak két zárthelyi dolgozatot kell írniuk. A zárthelyi dolgozatok megírásakor jegyzet és egyéb segédanyag nem használható, a dolgozatírás	

idejére a mobiltelefonokat ki kell kapcsolni. A dolgozatokhoz a hallgatónak egy darab A3-as lapot, íróeszközt, a szerkesztési feladatokhoz szükséges vonalzókat és számológépet kell hoznia. A feladatokat a hallgatók A4-es lapon kapják meg, a feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre. A dolgozatok során elérhető maximális pontszám 100 pont. Aláírást azok a hallgatók kaphatnak, akik mindkét zárthelyi dolgozaton legalább 50 pontot érnek el.

A zárthelyi dolgozatok az ütemtervben megadott hetekben, az előadások időpontjában kerülnek megírásra. A sikertelen dolgozatok javítására (pótzárthelyi dolgozat) a dolgozatírást követő héten lesz lehetőség, azaz mindkét zárthelyi dolgozat egy-egy alkalommal pótolható. A zárthelyi dolgozatokon a hallgatóknak a gyakorlatokon bemutatott példákhoz hasonló feladatokat kell megoldaniuk. Az elméleti tudást ellenőrző, az előadások anyagára vonatkozó kérdésekre a dolgozatok során nem kell válaszolniuk.

A sikeres, azaz legalább 50 pontot elérő zárthelyi dolgozat is javítható a pótzárthelyi dolgozat időpontjában. Az értékelés során minden esetben a magasabb pontszám kerül figyelembevételre.

Azok a hallgatók, akik mindkét zárthelyi dolgozaton legalább 75 pontot érnek el, mind az óralátogatási követelmények teljesítése, mind pedig a házi feladatok elkészítésének kötelezettsége alól felmentést kapnak.

Abban az esetben, ha a hallgatónak a szorgalmi időszakban nem sikerül aláírást szereznie, az aláírás pótlására a vizsgaidőszak első felében, a Tanulmányi és Vizsgaszabályzat (TVSZ) előírásainak megfelelően lesz lehetősége. A vizsgaidőszakban történő aláíráspótláson azonban csak azok a hallgatók vehetnek részt, akik a félév során az óralátogatási követelményeket teljesítették és a házi feladatokat eredményesen elkészítették. Az aláíráspótlás időpontjai a szorgalmi időszak utolsó hetén kerülnek megadásra.

A vizsgára bocsátás feltételei:

A tárgy vizsgával zárul, a vizsgára csak aláírással rendelkező hallgató bocsátható.

A vizsgán a hallgatónak teljes számpéldát már nem kell megoldania. A vizsgára csak íróeszközt kell hoznia, a vizsga idejére a mobiltelefonokat szintén ki kell kapcsolni. A vizsgán a hallgatóknak az előadásokon elhangzottak alapján elsősorban elméleti kérdésekre kell válaszolniuk, a levezetéseket azonban nem kell megtanulniuk. A vizsga olyan, fejben számolható vagy paraméteresen felírható kisebb számpéldákat is tartalmazhat, amelyekkel a számítási, illetve szerkesztési elvek ismerete ellenőrizhető.

A vizsga írásbeli résszel kezdődik, amelynek kidolgozására 30 perc áll rendelkezésre. Az írásbeli vizsgán elérhető maximális pontszám 100 pont. Az írásbeli vizsgarész akkor sikeres, ha a hallgató legalább 50 pontot ér el. Az írásbeli rész javítását követően a vizsga szóban folytatódik. Annak a hallgatónak, aki az írásbeli vizsgarészen legalább 50 pontot ér el, szóban már nem kell vizsgáznia.

Az a hallgató, aki a szorgalmi időszakban valamennyi előadáson részt vett (neve a katalógusokon is szerepel), féléves szorgalma elismeréseképpen a vizsgadolgozatához további 5 pontot kap.

A teljesítmény értékelése:

A féléves teljesítmény értékelése ötfokozatú osztályzattal történik. A jegy kialakításának szempontjai: 1. ZH 30%, 2. ZH 30%, kollokvium 40%. Értékelési határok: 50-64 pont elégséges (2); 65-74 pont közepes (3); 75-84 pont jó (4); 85-100 pont jeles (5)

Azoknál a hallgatóknál, akik az aláírást a vizsgaidőszakban, az aláíráspótlás keretében szerzik meg, mindkét zárthelyi dolgozat eredménye 50-50 ponttal kerül figyelembevételre.

2. TANTÁRGYTEMATIKA

Statika
Tantárgytematika (ÜTEMTERV)
Aktuális tanév őszi félév
Építőmérnöki alapszak BSc, 1. félév, törzs tárgy

Hét	Előadás	Gyakorlat
(1) szeptember 7.	A mechanika helye a természettudományok között. A mechanika felosztása. Mértékegységrendszerek és alapfogalmak. Newton törvényei, a statika axiómái. Közös metszéspontú síkbeli erők összetétele. Vektortétel, vetületi tétel.	Közös metszéspontú síkbeli erők összetétele, erő helyettesítése.
(2) szeptember 14.	Nyomaték. Erő nyomatéka pontra. Erőpár. Megoszló erő. Szétszórt síkbeli erőrendszer eredője. Nyomatéki tétel. Erő és nyomaték eredője. Erőrendszer redukálása pontra. Egyensúlyozás egy erővel. Egyenértékűség.	Szétszórt síkbeli erőrendszer eredője. Erő és nyomaték eredője. Erőrendszer redukálása pontra.
(3) szeptember 21.	Erőrendszer egyensúlyozása két, illetve három erővel. Tartók fogalma. Kényszerek. Statikai határozottság, határozatlanság, túlhatározottság. Kinematikai határozottság, határozatlanság, túlhatározottság. Egy merevtestből álló síkbeli tartók kényszererői.	Konzoltartók és kéttámaszú tartók támaszerői.
(4) szeptember 28.	Szuperpozíció elve. Szimmetria. Több merev testből álló síkbeli tartók külső és belső kényszererői. Vonórudas tartók, háromcsuklós tartó.	Vonórudas tartók és háromcsuklós tartók kényszererői.
(5) október 5.	Gerber tartók kényszererői.	Gerber tartók külső és belső kényszererői.
(6) október 12.	1. zárthelyi dolgozat	Zárthelyi dolgozat értékelése.
(7) október 19.	Igénybevételek I. Síkbeli tartók igénybevételei. Előjel szabály. Egyszerű terhelésű egyenes tengelyű tartók igénybevétel-függvényeinek, illetve igénybevételi ábráinak meghatározása.	Igénybevételi ábra ordináták kiszámítása. Igénybevételi ábrák gyakorlati elkészítése.
október 19.	1. zárthelyi dolgozat pótlása 14:00 órától	
(8) október 26.	Dékáni szünet	
(9) november 2.	Igénybevételek II. Igénybevételi ábrák elkészítésének lépései. A terhek és igénybevételek közötti differenciális összefüggések. Igénybevételi	Igénybevételi ábrák szerkesztése.

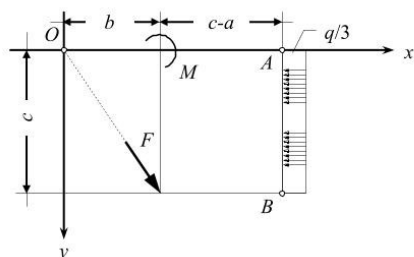
	szélsőértékek meghatározása. Igénybevételek szuperponálása.	
(10) november 9.	Rácsos tartók I. Rácsos tartók típusai, felépítése, statikai határozottsága. Rúderő-táblázat. Rúderők meghatározása csomóponti módszerrel, a Cremona erőterv.	Rúderők meghatározása csomóponti módszerrel
(11) november 16.	Rácsos tartók II. Rúderő előjelek meghatározása szemlélet alapján. Átmetsző módszerek.	Rúderők meghatározása hármas átmetszéssel.
(12) november 23.	Párhuzamos övű rácsos tartók rúderői a tömör tartó T, M ábrái alapján. Rudakon is terhelt rácsos tartók.	Párhuzamos övű rácsos tartók rúderőinek meghatározása.
(13) november 30.	2. zárthelyi dolgozat	Zárthelyi dolgozat értékelése.
(14) december 7.	2. zárthelyi dolgozat pótlása	gyakorlás

3. MINTAZÁRTHELYI

NÉV: NEPTUN kód:

1. ZH.

csoport:



Σ pont

1.1. Határozza meg az erőrendszer eredőjét számítással!

$R_x = \dots\dots\dots$ kN $R_y = \dots\dots\dots$ kN 10p

$R = \dots\dots\dots$ kN

$\alpha_R = \dots\dots\dots^\circ$ 5p

$x_R = \dots\dots\dots$ m 5p

1.2. Redukálja az erőrendszert a csoportbeosztásnak megfelelő pontba!

$R_x = \dots\dots\dots$ kN $R_y = \dots\dots\dots$ kN

$M = \dots\dots\dots$ kNm 10p

2.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$A_x = \dots\dots\dots$ kN $A_y = \dots\dots\dots$ kN 10p

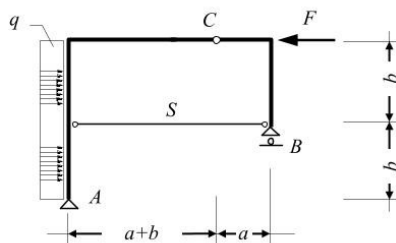
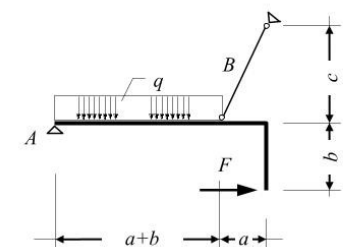
$B = \dots\dots\dots$ kN 10p

2.2. Szerkessze meg a támaszerőket, ha csak

A csoport az F erő

B csoport a megoszló erők Q eredője

működik a tartón! 10p

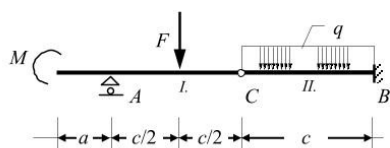


3. Határozza meg a külső támaszerőket és az S rúdban keletkező erőket!

$A_x = \dots\dots\dots$ kN $A_y = \dots\dots\dots$ kN 10p

$B = \dots\dots\dots$ kN 5p

$S = \dots\dots\dots$ kN 5p



4. Számítsa ki az alábbi kényszererőket!

$A = \dots\dots\dots$ kN 5p

$B_x = \dots\dots\dots$ kN $B_y = \dots\dots\dots$ kN 5p

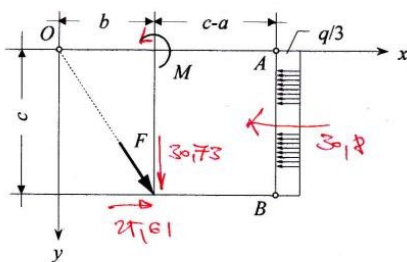
$M_B = \dots\dots\dots$ kN 5p

$C_{fy} = \dots\dots\dots$ kN 5p

	a	b	c	q	F	M
	m			kN/m	kN	kNm
A	2,0	3,5	4,2	22	40	-30
B	1,6	2,8	3,8	27	35	50
C	2,4	2,2	3,9	31	24	-22

NÉV: **NEPTUN kód:**

1. ZH.

csport:

Σ pont

1.1. Határozza meg az erőrendszer eredőjét számítással!

$$R_x = 11.0 \text{ kN} \quad R_y = 30.73 \text{ kN}$$

$$R = 31.16 \text{ kN}$$

$$\alpha_R = \dots \overset{0}{\underset{0}{4}} \dots \overset{0}{1} \dots \overset{0}{0} \quad 5p$$

$$x_R = \dots\dots\dots 113 \text{ m} \quad 5p$$

1.2. Redukálja az erőrendszer a csoportbeosztásnak megfelelő pontba!

$$R_x = -11.19 \text{ kN} \quad R_y = 30.73 \text{ kN} \quad 5p$$

$$M = \dots\dots\dots \text{ kNm}$$

2.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$A_x = -16.69 \text{ kN} \leftarrow$ $A_y = -87.97 \text{ kN} \uparrow$ 10p

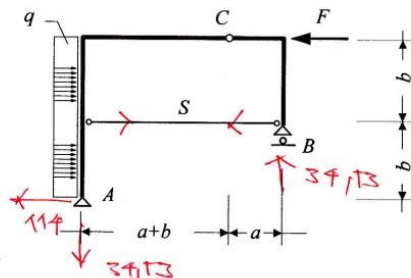
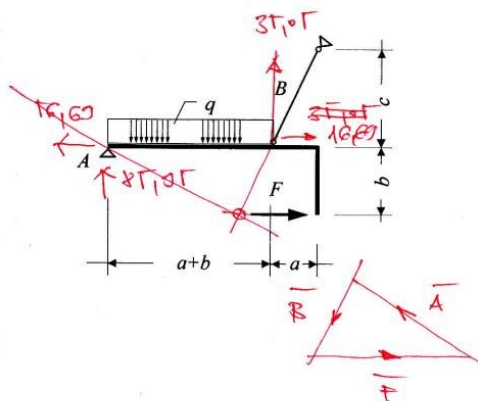
$B = \dots\dots\dots \text{ kN}$ 10p

2.2. Szerkessze meg a támaszerőket, ha csak

A csoport az F erő

B csoport a megoszló erők Q eredője

működik a tartón! 10p

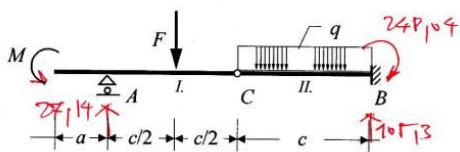


3. Határozza meg a külső támaszerőket és az S rúdban keletkező erőket!

$A_x = \dots\dots\dots 114 \text{ kN} \leftarrow$ $A_y = \dots\dots\dots 34,13 \text{ kN} \downarrow$ 10p

$B = -34.13 \text{ kN} \uparrow$ 5p

$S = 19.73 \text{ kN}$ $\oplus$ 5p



4. Számítsa ki az alábbi kényszererőket!

$$A = 27.14 \text{ kN} \uparrow$$

$$B_x = \dots \text{ kN} \quad B_y = \dots \text{ kN} \quad \uparrow$$

$$M_B = 248,04 \text{ kN} \quad \curvearrowright$$

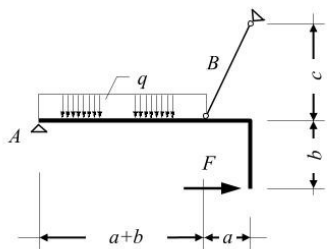
$$C_{ly} = \dots\dots\dots \text{ kN} \quad \uparrow$$

	a	b	c	q	F	M
	m			kN/m	kN	kNm
A	2,0	3,5	4,2	22	40	-30
B	1,6	2,8	3,8	27	35	50
C	2,4	2,2	3,9	31	24	-22

NÉV: NEPTUN kód:

2. ZH.

csoport:



Σ pont

1.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$A_x = \dots\dots\dots$ kN $A_y = \dots\dots\dots$ kN 5p

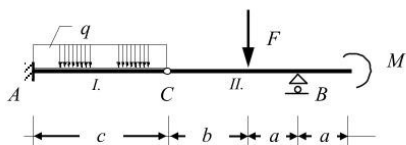
$B = \dots\dots\dots$ kN 5p

1.2. Szerkessze meg az igénybevételi ábrákat a jellemző értékek feltüntetésével!

normálóerő ábra 5p

nyíróerő ábra 5p

nyomatéki ábra 10p



2.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

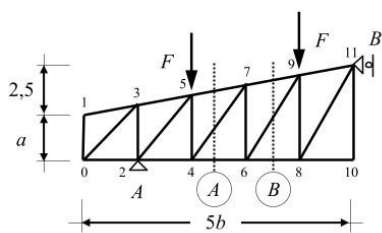
$A_x = \dots\dots\dots$ kN $A_y = \dots\dots\dots$ kN 5p

$M_A = \dots\dots\dots$ kNm $B = \dots\dots\dots$ kN 5p

2.2. Szerkessze meg az igénybevételi ábrákat a jellemző értékek feltüntetésével!

nyíróerő ábra 10p

nyomatéki ábra 10p



3.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$A_x = \dots\dots\dots$ kN $A_y = \dots\dots\dots$ kN 5p

$B = \dots\dots\dots$ kN 5p

3.2. Számítsa ki a jelölt átmetszésben a rúderőket!

$S_{felső\ övrúd} = \dots\dots\dots$ kN 10p

$S_{rácsrúd} = \dots\dots\dots$ kN 10p

$S_{alsó\ övrúd} = \dots\dots\dots$ kN 10p

	a	b	c	q	F	M
	m			kN/m	kN	kNm
A	2,0	3,5	4,2	22	40	-30
B	1,6	2,8	3,8	27	35	50

NÉV: NEPTUN kód:

2. ZH.

csoport:

A

Σ pont

1.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$$A_x = 16,69 \text{ kN} \leftarrow A_y = 27,91 \text{ kN} \uparrow \quad 5p$$

$$B = 38,82 \text{ kN} \quad 5p$$

1.2. Szerkessze meg az igénybevételi ábrákat a jellemző értékek feltüntetésével!

normáló ábra 5p
nyíróerő ábra 5p
nyomatéki ábra 10p

2.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$$A_x = - \text{ kN} \quad A_y = 11,4 \text{ kN} \uparrow \quad 5p$$

$$M_A = 27,809 \text{ kNm} \quad B = 20 \text{ kN} \uparrow \quad 5p$$

2.2. Szerkessze meg az igénybevételi ábrákat a jellemző értékek feltüntetésével!

nyíróerő ábra 10p
nyomatéki ábra 10p

3.1. Határozza meg a támaszerőket számítással!

$$A_x = 12,44 \text{ kN} \rightarrow A_y = 80 \text{ kN} \uparrow \quad 5p$$

$$B = 12,44 \text{ kN} \leftarrow \quad 5p$$

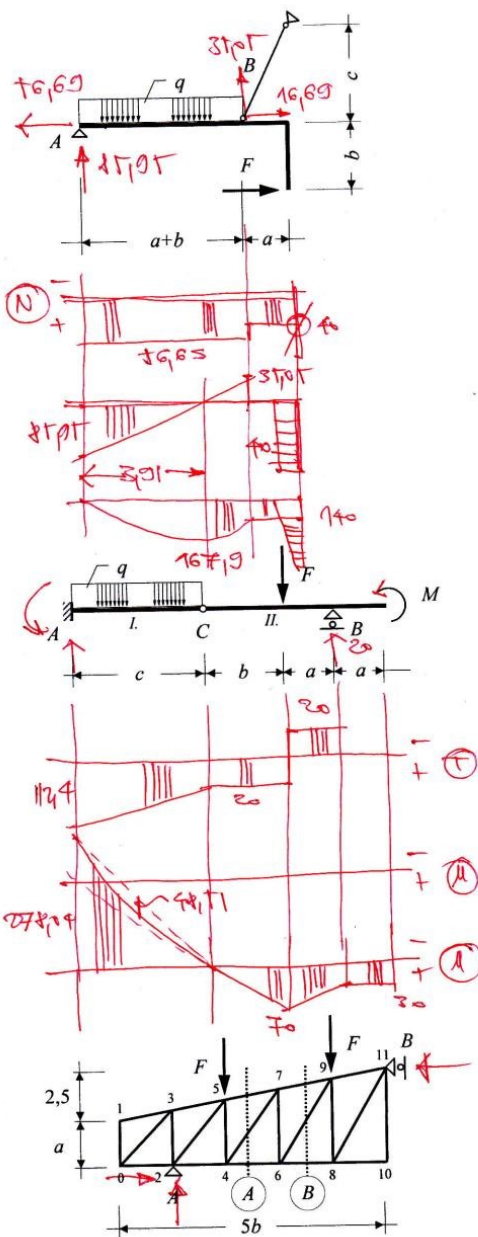
3.2. Számítsa ki a jelölt átmetszésben a rúderőket!

$$S_{\text{felső övrúd}} = 24,28 \text{ kN} \ominus \quad 10p$$

$$S_{\text{rácsrúd}} = 27,71 \text{ kN} \ominus \quad 10p$$

$$S_{\text{alsó övrúd}} = 4,44 \text{ kN} \ominus \quad 10p$$

	a	b	c	q	F	M
	m			kN/m	kN	kNm
A	2,0	3,5	4,2	22	40	-30
B	1,6	2,8	3,8	27	35	50



4. VIZSGATÉTELSOR

1. Adja meg a merev test és a szilárd test definícióját!
2. Mutassa meg hogyan összegeezhető két síkbeli vektor szerkesztéssel, ill. számítással!
3. Hogyan értelmezhetők a vektorműveletek (skalárral történő szorzás és összeadás) Descartes-féle koordináta-rendszerben? Készítsen magyarázó ábrát!
4. Ismertesse a vetületi és a nyomatéki tételt! Hol használjuk ezeket a tételeket?
5. Hogyan helyettesít szerkesztéssel és hogyan számítással egy erőt hatásvonalát közös pontban metsző két erővel?
6. Ismertesse a közös metszéspontú, síkbeli erőrendszer eredőjének meghatározását számítással és szerkesztéssel!
7. Ismertesse a szétszórt, síkbeli erőrendszer eredőjének meghatározását szerkesztéssel!
8. Ismertesse a szétszórt, síkbeli erőrendszer eredőjének meghatározását számítással!
9. Ismertesse a statika I. axiómáját! Mutasson példát az I. axióma alkalmazására rácsos tartók rúderőinek meghatározásánál!
10. Ismertesse a statika II. axiómáját! Mutasson példát a II. axióma alkalmazására rácsos tartók rúderőinek meghatározásánál!
11. Ismertesse a statika III. axiómáját! Mutasson példát a III. axióma alkalmazására több merev testből álló tartók támaszerőinek meghatározásánál!
12. Ismertesse a statika IV. axiómáját! Mutasson példát a IV. axióma alkalmazására több merev testből álló tartók támaszerőinek meghatározásánál!
13. Mi lehet egy síkbeli erőrendszer eredője?
14. Ábrával magyarázza el, és igazolja számítással, hogy mi lehet egy erő és egy erópár eredője!
15. Ismertesse az egyensúlyi kijelentéseket! Mi az erőrendszer eredője egyensúly esetén?
16. Adja meg a kényszerek definícióját! Mi a kényszerek fokszáma? Milyen kényszereket ismer?
17. Ismertesse a konzoltartók kényszererőinek meghatározását!
18. Ismertesse a kéttámaszú tartók kényszererőinek meghatározását számítással és szerkesztéssel!
19. Ismertesse a háromcsuklós tartók külső és belső kényszererőinek meghatározását számítással!
20. Ismertesse a háromcsuklós tartók külső és belső kényszererőinek meghatározását szerkesztéssel!
21. Ismertesse a vonórudas tartók külső és belső kényszererőinek meghatározását számítással!
22. Egy egyszerű példán keresztül ismertesse a Gerber tartók kényszererőinek meghatározásának módját!
23. Egy egyszerű példán keresztül ismertesse a Gerber tartók kényszererőinek meghatározásának módját!
24. Mutassa meg, hogyan számíthatók a három rúddal megtámasztott merev test támaszerői!
25. Mutassa meg, hogyan szerkeszthetők a három rúddal megtámasztott merev test támaszerői!
26. Ismertesse a rácsos tartók rúderőinek meghatározását csomóponti módszerrel! Mutasson be egy példát és alkalmazza a csomóponti módszert!
27. Ismertesse a rácsos tartók rúderőinek meghatározását hármasszemponttal! Mutasson be egy példát és alkalmazza a módszert!
28. Hogyan történik a párhuzamos övű rácsostartók rúderőinek meghatározása a tömör tartók T és M ábrái alapján?
29. Jelölje a húzott, a nyomott és a vakrudakat az ábrán!
30. Adja meg az igénybevételek definícióját és az alkalmazott előjelszabályokat!
31. Számítsa ki az igénybevételeket a jelölt pontokban!
32. Ismertesse a nyomatékábra szerkesztésének menetét megoszló terhelésű tartószakaszon, ha vizsgált szakasz elején $M = 20 \text{ kNm}$, a végén pedig $M = -10 \text{ kNm}$!
33. Milyen kapcsolat van a terhek, a nyíró- és nyomatéki igénybevételek, mint függvények között! Készítsen magyarázó ábrát!
34. Készítse el a tartó igénybevételi ábráit! A megoldáshoz használja a szuperpozíció elvét!
35. Adja meg az egyenletesen megoszló teherrel terhelt kéttámaszú tartó igénybevételi ábráit! Az ábrán a jellemző értékeket is tüntesse fel!
36. Adja meg a koncentrált erővel teherrel terhelt kéttámaszú tartó igénybevételi ábráit (a koncentrált erő ne a fesztáv felében legyen)! Az ábrán a jellemző értékeket is tüntesse fel!

37. Adja meg a statikailag határozott, a statikailag túlhatározott és a statikailag határozatlan szerkezetek fogalmát! Rajzoljon példát mindhárom esetre!